

## **ИЗГРАЖДАНЕ НА ЕФЕКТИВНО ИНВЕСТИЦИОННО ПОРТФОЛИО**

### **(Portfolio Selection)**

Рисковите активи следва да бъдат оценявани на база на тяхната *оачквана доходност* и на база *риска им измерен чрез стандартното отклонение (Standard Deviation)*. От своя страна доходността и риска на портфолиото зависят от съответните *ковариации*. Основният въпрос тук е изчисляването на *риска на портфолиото, който може да бъде изчислен на база анализ на отношенията вариация (дисперсия) – ковариация или чрез опростения Single-Index Model*.

Тъй като *диверсификацията е един от основните принципи на портфолио мениджмънта*, инвеститорите, които желаят да контролират риска държат *портфолиа от финансови активи*. Това превръща *диверсификацията в правило № 1 на инвестиционния мениджмънт*.

### **Изграждане на портфолио чрез използването на принципите на Марковиц**

За да изградят *оптимално портфолио от финансови активи* при използване на принципите на Марковиц инвеститорите следва:

1. Да идентифицират **оптимални комбинации доходност/риск** от активите, които са на разположение на пазара чрез използване на *анализа на Efficient Frontier на Марковиц*. Тук се използват данни за *оачкваната доходност, дисперсиите и ковариациите на активите*.

2. Да съставят оптималното портфолио чрез *комбинирането на активи намиращи се в ефикасния кръг от активи (the Efficient Set)* на база на предпочитанията на инвеститорите.

### **Идентифициране на оптимални комбинации доходност/риск**

Дори и ако активите в портфолиото се избират на случаен принцип пак се получава положителен ефект от диверсификацията изразяващ се в намаление на портфолио риска. За да получим обаче оптималния ефект от диверсификацията използваме теорията на Марковиц. *В областта на инвестиционния мениджмънт портфолио теорията е нормативна* и показва на инвеститорите как трябва да действат, за да получат оптимална диверсификация. Портфолио теорията е базирана на кратък набор от предположения (презумпции):

1. *Имаме един инвестиционен период – 1 година* например

2. *Имаме ликвидност на позициите* – без транзакционни разходи например

3. *Предпочитанията на инвеститорите са базирани само на очакваната доходност и риск на портфолиото* измерени с дисперсията или стандартното отклонение

### **Групата от постижими портфолия (the Attainable Set of Portfolios)**

Подходът на Марковиц към изграждането на портфолио е *инвеститорът да оценява портфолиата на базата на тяхната очаквана доходност и риск измерени чрез стандартното отклонение*. Ето защо, *първо трябва да се идентифицират различните комбинации на възвръщаемостта и риска от определен кръг от активи*, които са на разположение на инвеститорите. Така стигаме до *концепцията на групата от постижими (възможни) портфолия (the Attainable Set of Portfolios)*, които са всички портфолия, които могат да бъдат изградени за определен кръг от  $n$  на брой активи. Инвеститорите желаещи да минимизират риска обаче, ще бъдат заинтересовани само от тези портфолия, имащи най-ниския възможен риск за определено ниво на доходността.

### **Ефикасни портфолия (Efficient Portfolios)**

Марковиц е първият, който формулира *концепцията за ефикасните портфолия (Efficient Portfolios)*, дефинирани като такива имащи *възможно най-ниското ниво на риск за дадено ниво на възвръщаемост или най-високото ниво на възвръщаемост за дадено ниво на риск*. Инвеститорите могат да идентифицират ефикасни портфолия като определят едно ниво на възвръщаемостта и минимизират риска за това определено ниво на възвръщаемостта. Алтернативно, те могат да определят риска, който са склонни да поемат и съответно да максимизират нивото на възвръщаемостта за това определено ниво на риска. *Рационалният инвеститор (the Rational Investor)* винаги ще търси *ефикасни портфолия*, тъй като те се явяват *оптимизирани и в двете най-важни характеристики на инвестиционния мениджмънт – риска и възвръщаемостта*. С използването на описаните входящи величини – *очакваната възвръщаемост, дисперсиите и ковариациите* – можем да изчислим портфолиото с най-ниската дисперсия, т.е. риск, за определеното ниво на възвръщаемост на база на тези горепосочени входящи величини.

Разполагайки с портфолиата с минимална дисперсия можем да изведем графично *границата на минималната дисперсия (Minimum-Variance Frontier)*, която отделя портфолиата с минимална дисперсия, тъй като над нея портфолиата са с по-висок риск за даденото ниво на възвръщаемост, по този начин създавайки *глобалното портфолио с минимална дисперсия*, тъй като други портфолия с минимална дисперсия нямат по-нисък риск.

### **Границата на ефикасния кръг от портфолия (the Efficient Set Frontier)**

Сегмента на границата на минималната дисперсия над глобалното портфолио с минимална дисперсия предлага най-добрите комбинации на риск и възвръщаемост от конкретния набор на входящи величини, които са на разположение на инвеститора. Този сегмент е познат като *ефикасният кръг (the Efficient Set)* или *ефективната граница (the Efficient Frontier)* от портфолия. Този ефективен кръг се характеризира от принципа на доминацията – портфолио X доминира портфолио Y, ако то има същото ниво на риск, но по-висока очаквана доходност или същата очаквана доходност, но по-нисък риск.

Сегмента на границата на минималната дисперсия над глобалното портфолио с минимална дисперсия е ефикасната граница на Марковиц. Всички ефикасни портфолия взети заедно представляват ефикасния кръг от портфолия на Марковиц.

### **Разбиране на модела на Марковиц (Understanding the Markowitz Solution)**

Решението на модела на Марковиц се върти около *портфолио теглата*, т.е. процента от средства от инвестиционното портфолио, които са инвестирани във всеки един актив. Тъй като очакваните доходности, стандартните отклонения и коефициентите на корелация на активите са входящи величини за анализа на Марковиц, *портфолио теглата са единствената променлива, която може да бъде манипулирана* за разрешаване на проблема с дефиниране на ефикасните портфолия.

За дефинирането на ефикасните портфолия може да се мисли по следния начин: определят се входящите величини и желаното ниво на очаквана доходност, *напр. 10 %*. След това всички комбинации от активи, които могат да образуват портфолио с очаквана доходност от 10 % биват дефинирани и това с най-ниската дисперсия на възвръщаемостта се избира за ефикасно портфолио. След това се избира следващо ниво на очаквана доходност – *напр. 12 %* и процесът се повтаря. Така се продължава до покриване на всички нива на желаната доходност, разбира се, проблемът може да бъде решен с определяне на ниво на портфолио риска и избор на това портфолио с най-високата очаквана доходност за определеното ниво на риск.

### **Избор на оптимално портфолио от рискови активи (Selecting an Optimal Portfolio of Risky Assets)**

След като кръгът от ефикасни портфолия е дефиниран, инвеститорите следва да изберат от този кръг *най-подходящото портфолио за тях*. Моделът на Марковиц не определя едно оптимално портфолио. По скоро той дефинира *набор от ефикасни портфолия, всички от които по дефиниция са оптимални портфолия* (за определеното ниво на очаквана доходност и риск).

В икономическата наука и по специално във финансите съществува презумпцията, че *инвеститорите не желаят да поемат риск (т.е. те са risk averse)*, което означава, че за да рискуват, те трябва да очакват да бъдат възнаградени. Инвеститорите, при положение, че имат избор не биха приели „честни сделки”, т.е. такива, които имат очаквана възвръщаемост от 0 и при които вероятностите за печалба или загуба са равни. При „честната сделка” на практика дискомфорта от потенциалната загуба е по-голям отколкото комфорта от потенциалната печалба. Колкото по-голямо е нежеланието на инвеститорите да поемат риск, толкова по-голям е дискомфорта от потенциалната загуба.

### **Линии на индиферентността (Indifference Curves)**

За да изберем комбинацията възвръщаемост/риск, която би задоволила изискванията на определен инвеститор използваме *линиите на индиферентността (Indifference Curves)*. Те описват предпочитанията към риска и възвръщаемостта на принципно нежелаещия да поема риск инвеститор. Всяка от линиите на индиферентността представя *комбинации от риск и очаквана доходност, които са еднакво желани от инвеститора*.

Линиите на индиферентността за различните инвеститори не могат да се пресичат, тъй като те представят различни нива на предпочитанията. Инвеститорите имат безкраен брой от линии на индиферентността.

### **Избор на оптимално портфолио**

Оптималното портфолио за инвеститор, който отбягва риска се намира на ефикасната граница в точката допираща се до индиферентната крива на този инвеститор, която е най-високо в областта възвръщаемост/риск. Това портфолио *максимизира позитивите за инвеститора*, тъй като индиферентните линии отразяват предпочитанията на инвеститора, а ефикасния кръг представлява възможностите за портфолия.

С избирането на портфолио от ефикасната граница ние срещаме предпочитанията на инвеститорите (така, както са представени от техните линии на индиферентността) с възможните портфолия (така, както са представени от ефикасната граница).

### Някои важни заключения за модела на Марковиц

Следва да бъдат направени 5 важни отметки за модела за избор на портфолия на Марковиц:

1. Теорията на Марковиц за портфолиото е позната като *дву-параметърен модел*, тъй като почива на презумпцията, че *инвеститорите вземат решения на основата на 2 параметъра: очакваната доходност и риска*.
2. Анализът на Марковиц *генерира цял кръг или граница от ефикасни портфолия, всички от които са еднакво добри*. Никое от портфолията от ефективния акръг не превъзхожда друго портфолио, което също се намира в ефикасния кръг.
3. Моделът на Марковиц *не засяга въпроса с ползването на заемни средства* в допълнение на собствените такива за придобиването на портфолио от рискови активи: т.е. *инвеститорите при модела на Марковиц не могат да използват левъридж*. Допускането на инвеститора да придобие безрисков актив увеличава ползите за инвеститора и води до формирането на различен ефикасен кръг наречен *Линия на Капиталовия Пазар (Capital Market Line)*.
4. На практика, различните инвеститори или портфолио мениджъри биха оценили входящите величини за анализа на Марковиц различно. Това би довело до възникване на различни ефикасни граници. Това е следствието на *несигурността, която е иманентно присъща на инвестиционния анализ*.
5. Да се работи с модела на Марковиц е трудно поради широката матрица на дисперсии/ковариации, която е нужна за да се работи с портфолия с голям брой активи. Например с използването само на 100 акции в матрицата на дисперсии/ковариации в нея ще има 10 000 позиции (въпреки, че всяка ковариация се повтаря по 2 пъти). Това повдига нуждата от решаването на следните 2 въпроса:

А. *Има ли по-прости методи за изчисляването на ефикасната граница?*

Б. *Може ли анализът на Марковиц да бъде използван по-скоро за избор и оптимизиране на класове активи, а не толкова за индивидуални активи?*

### Алтернативни методи за изчисление на ефикасната граница

*Моделът на единичния индекс (the Single-Index Model)* предлага алтернативен метод за изразяване на дисперсията на портфолиото, която по този начин е по-лесна за изчисление в сравнение с модела на Марковиц. Този алтернативен метод се използва за разрешаването на *проблема поставен от Марковиц – дефиниране на ефикасния кръг от портфолия (the Efficient Set of Portfolios)* и изисква значително по-малко изчисления. *Модели на множество индекси (Multi-Index Models)* също са проучвани и оценявани.

### **Моделът на единичния индекс (the Single-Index Model)**

Моделът на единичния индекс е разработен от Уилям Шарп и обвързва възвръщаемостта на отделния актив с възвръщаемостта на общ пазарен индекс, като обикновено за такъв се използва широк пазарен индекс от фондовата борса (като S&P 500 например).

Моделът на единичния индекс *разделя възвръщаемостта на актива на 2 части*: 1. *уникална част* и 2. *част свързана с пазара*. Уникалната част е микро компонент, микро събитие, което оказва влияние върху съответната компания, но не и върху пазара като цяло – напр. *откриването на нови залежи, стачка, пожар, напускане на ключов служител и др.* Частта свързана с пазара от своя страна е макро компонент или макро събитие, което е широко базирано и засяга всички или поне повечето фирми – напр. *промяна на ОЛП, политически катаклизъм, промяна в размера на паричното предлагане и др.*

### **Разбиране на модела на единичния индекс (МЕИ)**

МЕИ може да бъде изразен със следното уравнение:

$$R_i = a_i + \beta_i R_m + e_i$$

където:

$R_i$  = възвръщаемост на актива  $i$

$R_m$  = възвръщаемост на избрания пазарен индекс

$a_i$  = частта от възвръщаемостта на инвестицията независима от пазарната възвръщаемост (уникалната част)

$\beta_i$  = константа, измерваща очакваната промяна в зависимата променлива  $R_i$  при промяна на независимата променлива  $R_m$

$e_i$  = the random residual error

$e_i$  представлява разликата между лявата и дясната част на уравнението, а именно: *лява* – възвръщаемостта на актива и *дясна*: сбора от двата компонента на възвръщаемостта – уникалната част и частта свързана с пазара. И тъй като МЕИ е по дефиниция уравнение, двете му части трябва да са равни.

Например, ако възвръщаемостта на избрания пазарен индекс за период  $t$  е 12 %, уникалната част от възвръщаемостта на актива – 3 % и  $\beta_i = 1.5$ , то МЕИ за инвестицията  $i$  =

$$R_i = 3 \% + 1,5 R_m + e_i$$

$$R_i = 3 \% + (1,5)(12 \%) = 21 \%$$

т.е., ако възвръщаемостта на пазарния индекс е 12 %, очакваната възвръщаемост на инвестицията  $i$  е 21 %.

Моделът не ни показва възвръщаемостта на инвестицията по перфектен начин. Показателят за грешка  $e_i$  улавя разликата между действителната и очакваната възвръщаемост при определен размер на доходност на избрания пазарен индекс.

При горния пример, ако действителната възвръщаемост на актива за период  $t$  е 19 %, то показателят за грешка  $e_i = 19 \% - 21 \% = - 2 \%$

**Показателят  $\beta$  (бета) е важен.** Той измерва чувствителността на актива към промените на пазара. За да използваме МЕИ ние имаме нужда от прогнозните стойности на  $\beta$  за всяка една инвестиция, която анализираме. Тези прогнозни стойности могат да бъдат генерирани от анализаторите или  $\beta$  може да бъде прогнозирана на база исторически данни.  $R_m$  и  $e_i$  са случайни променливи (random variables). МЕИ е построен на презумпцията, че пазарният индекс не е свързан с показателя за грешка  $e_i$ . Единият от начините да се изчислят параметрите на МЕИ е чрез регресия на времеви серии (time series regression). Използването на тази техника гарантира несвързаността на горните два показателя.

За отбелязване на стандартното отклонение на показателя за грешка използваме  $\sigma_{e_i}$ . Средната стойност на разпределението на вероятностите на показателя за грешка е 0.

### **Ключови презумпции на МЕИ (Critical Assumptions of the Single-Index Model)**

МЕИ презумира, че активите са свързани помежду си само чрез тяхното сходно поведение към възвръщаемостта на пазара. Така че показателят за грешка на акция  $i$  не е свързан с този на акция  $j$ . Това е ключово предположение на МЕИ, тъй като то предполага, че активите се движат съвместно само поради тяхната обща връзка с пазарния индекс. С други думи, върху активите няма други влияния освен тези на пазара, като влиянията на индустрията напр. Важно е обаче да се знае, че това предположение е с цел опростяване. Ако то е далеч от реалността моделът ще бъде неточен.

В МЕИ всички показатели на ковариацията могат да бъдат отчетени само от гледната точка на *свързаността на активите с пазарния индекс и сходното им поведение спрямо промените в индекса*, т.е. ковариацията зависи само от пазарния риск.

Още веднъж следва да се отбележи, това опростяване лежи на *предположението за несвързаността на показателите за грешка на отделните активи*. Алтернатива на това предположение е да се състави повече от един индекс.

### **Разделяне на риска на 2 части (Splitting Risk into Two Parts)**

В модела на Марковиц ние следва да съобразим всички показатели на ковариацията в матрицата дисперсия/ковариация. МЕИ разделя риска на 2 части: *риск на отделния актив и пазарен риск*, по подобие на 2-те съставни части на възвръщаемостта на актива – *независимата част, свързана с актива и частта зависеща от пазарната доходност*. Този подход опростява ковариацията и силно улеснява изчисляването на общия риск на актива и на портфолиото.

*Общият риск на актива*, измерен с неговата дисперсия, се състои от 2 компонента: *пазарен риск и специфичен риск свързан с актива*, т.е.:

$$\sigma_i = \text{Market Risk (пазарен риск)} + \text{Company-Specific Risk (специфичен риск свързан с компанията)}$$

*Пазарният риск се отнася към тази част от дисперсията на актива, която не може да бъде диверсифицирана*. Тази част от променливостта се наблюдава, когато актива реагира и се движи успоредно на промените в пазара нагоре или надолу. *Вторият показател е остатъчната вариация (the Residual Variance) на актива и отчита тази част от променливостта на актива дължаща се на отклоненията от прикрепената връзка между възвръщаемостта на актива и тази на пазара*.

Горепосоченото опростяване е също валидно и за портфолия като смята с алтернативна формула, която да използваме за изчисление на минималната дисперсия на портфолио.

$$\text{Общата вариация на портфолиото (Total Portfolio Variance)} = \text{Пазарния риск на портфолиото (Portfolio Market Risk)} + \text{Остатъчната вариация на портфолиото (Portfolio Residual Variance)}$$



## **Заклучения за МЕИ (Some Conclusions About the Single-Index Model)**

Моделът на единичния индекс (the Single-Index Model) силно опростява изчислението на портфолио дисперсията и по този начин и дефинирането на ефикасните портфолия.

В случая на анализа на Марковиц при 250 акции се получават 31 125 ковариации и 250 дисперсии. При използването на МЕИ ще се получат  $3n + 2$  предположения или 752 варианта за 250 акции ( $n =$  брой на активите). МЕИ обаче се изгражда на презумпцията относно процеса, който генерира доходността на портфолиото – че остатъчните променливости на различните активи не са взаимосвързани. Така точността на оценката за дисперсията на портфолиото зависи от точността на тази ключова за модела презумпция. Например, ако ковариацията между остатъчната променливост на различните активи е позитивна, а не нула, както е по презумпцията, истинската остатъчна дисперсия на портфолиото ще бъде неточно оценена.

Крайната цел на МЕИ е същата както и при анализа на Марковиц – да дефинира ефикасния кръг от портфолия, от които инвеститорът да избере оптималното портфолио. МЕИ представлява ценно опростяване на пълната матрица дисперсия/ковариация, която е нужна за модела на Марковиц. Както беше показано по-горе МЕИ редуцира значително броя на прогнозните стойности, които следва да бъдат направени за портфолио от активи.

Относно ефективността и реалните резултати от двата подхода, МЕИ се представя не по-лошо от модела на Марковиц. В своя основен труд, в който разработва модела на единичния индекс (Sharpe, “A Simplified Model”), Шарп открива, че двата набора от ефективни портфолия – генерирани чрез пълния модел на Марковиц и чрез МЕИ – са до голяма степен идентични. По-късни проучвания също откриват, че модела на Шарп се справя не по-зле от модела на Марковиц във всички от тестовете, а в тестовете използващи по-кратки времеви периоди – дори и по-добре.

## **Мулти-индекс модели (Multi-Index Models)**

Както беше посочено по-горе, МЕИ почива на предположението, че цените на акциите се променят в синхрон само защото се движат съвместно с един пазарен индекс. Някои изследователи в областта на инвестиционния мениджмънт се опитаха да уловят и влиянието на извънпазарни променливи, като например влиянието на фактора индустрия. Това доведе до възникването на **Мулти-индексни модели (МИМ)**. Изглежда логично МИМ да би трябвало да дават по-добри резултати от МЕИ, тъй като използват повече информация за взаимовръзките между възвръщаемостта на отделните активи и практически попадат някъде по средата между МЕИ и модела на Марковиц.

Така или иначе, имайки предвид големия брой от възможни МИМ, не може да се дефинира точно становище за това. Съществуват проучвания, които показват, че МЕИ

превъзхождат МИМ в това, че дават повече ефикасни портфолия и че МЕИ са не само по-прости, но и водят до намаляване на очакваните рискове.

В други проучвания *МИМ възпроизвеждат историческите корелации по-добре от МЕИ, но не се справят по-добре за в бъдеще*, което е по-важно, тъй като инвестиционното портфолио се изгражда занапред, за да бъде държано и управлявано в бъдещето.

© “ИНТЕР АКАУНТ Файненшъл Сървисиз” ЕООД

м. октомври 2014 г., София

[www.interaccount.eu](http://www.interaccount.eu)

Използван източник: *Investments, Tenth Edition, Charles P. Jones, 2007, John Wiley & Sons*

*Настоящата публикация има информативна и образователна цел. Тя е създадена, за да ви запознае с основни теоретични постановки в областта на инвестиционния мениджмънт. Използването на настоящата публикация следва да бъде ограничено само до образователната и цел (и във връзка с разпоредбите на Чл. 24 (1), т. 3 от Закона за авторското право и сродните му права). Публикацията не представлява консултация или съвет за вземането на конкретни финансови или инвестиционни решения и не следва да бъде използвана с такава цел. Дружество с ограничена отговорност “ИНТЕР АКАУНТ Файненшъл Сървисиз” не може да бъде държано отговорно по какъвто и да е начин за резултатите от използването на настоящата публикация.*